

Zadanie 1. Sprawdzić, że około 68% rozkładu normalnego leży w odległości co najwyżej jednego odchylenia standardowego od średniej, a około 95% rozkładu leży w odległości co najwyżej dwóch odchyleń standardowych od średniej.

Zadanie 2. Ciężar beli wełny ma w przybliżeniu rozkład normalny. W dostawie 1000 bel: średni ciężar beli wynosi 100 kg, a odch. stand. wynosi 5 kg. Ile bel ma ciężar między 95 kg a 107 kg?

Zadanie 3. Długość produkowanych prętów ma w przybliżeniu rozkład normalny. 10% prętów ma długość większą niż 3,10 cm, 5% prętów ma długość mniejszą niż 2,92 cm. Jaka jest średnia długość prętów? Jakie jest odchylenie standardowe?

Zadanie 4. W hali produkcyjnej pracują 4 obrabiarki. Prawdopodobieństwo zepsucia się każdej z tych maszyn jest równe $1/5$. Awarie maszyn występują niezależnie od siebie. Oblicz prawdopodobieństwo awarii:

- a) jednej maszyny,
- b) wszystkich czterech maszyn,
- c) co najwyżej 3 maszyn.

Zadanie 5. Zmienna losowa X ma rozkład dwumianowy i znane jest prawdopodobieństwo uzyskania co najmniej raz sukcesu w czterech próbach: $P(X \geq 1) = \frac{80}{81}$. Jakie jest prawdopodobieństwo uzyskania sukcesu w jednej próbie?

Zadanie 6. Zmienna losowa X ma rozkład dwumianowy ze średnią 4 i wariancją 2. Oblicz prawdopodobieństwa $P(X = 3)$ i $P(X = 4)$.

Zadanie 7. Jeden procent samochodów ma niesprawne tylne światła. Ile samochodów należy zbadać, aby prawdopodobieństwo znalezienia przynajmniej jednego z niesprawnymi tylnymi światłami wynosiło przynajmniej $1/2$?

Zadanie 8. W fabryce produkującej 1000 tranzystorów dziennie, prawdopodobieństwo wyprodukowania wadliwego tranzystora wynosi 0,04. Znaleźć prawdopodobieństwo wyprodukowania danego dnia mniej niż 30 wadliwych tranzystorów; zastosować przybliżenie za pomocą rozkładu normalnego.

Aproksymacja rozkładu dwumianowego za pomocą rozkładu normalnego:

$X \sim \text{Bin}(n, p)$, $Y \sim N(np, \sqrt{np(1-p)})$. Zachodzą przybliżone równości

$$P(X = x) \approx P\left(x - \frac{1}{2} \leq Y \leq x + \frac{1}{2}\right),$$
$$P(a \leq X \leq b) \approx P\left(a - \frac{1}{2} \leq Y \leq b + \frac{1}{2}\right).$$

Zadanie 9. Materiał radioaktywny emituje cząstki α w ilości 0,7 na sekundę. Zakładamy, że cząstki są emitowane zgodnie z rozkładem Poissona.

- a) Obliczyć prawdopodobieństwo, że w ciągu 1 sekundy została wyemitowana jedna cząstka.
- b) Obliczyć prawdopodobieństwo, że w ciągu 1 sekundy zostały wyemitowane więcej niż 3 cząstki.
- c) Obliczyć prawdopodobieństwo, że liczba wyemitowanych w ciągu 1 sekundy cząstek jest między 1 a 4.

Zadanie 10. Średnia liczba cząsteczek radioaktywnych przechodzących przez licznik w ciągu 1 milisekundy wynosi 4.

- a) Ile wynosi prawdopodobieństwo, że 6 cząsteczek przejdzie przez licznik w ciągu 1 milisekundy?
- b) Ile wynosi prawdopodobieństwo, że 12 cząsteczek przejdzie przez licznik w ciągu 2 milisekund?

Zadanie 11. Zmienna losowa X ma rozkład Poissona $P(100)$. Oblicz prawdopodobieństwo $P(X = 97)$

- a) korzystając z definicji funkcji prawdopodobieństwa,
- b) korzystając z aproksymacji rozkładem normalnym.

Aproksymacja rozkładu Poissona za pomocą rozkładu normalnego:

$X \sim P(\lambda)$, $Y \sim N(\lambda, \sqrt{\lambda})$. Zachodzą przybliżone równości

$$P(X = x) \approx P\left(x - \frac{1}{2} \leq Y \leq x + \frac{1}{2}\right),$$
$$P(a \leq X \leq b) \approx P\left(a - \frac{1}{2} \leq Y \leq b + \frac{1}{2}\right).$$

Tablica I. Dystrybuanta $\Phi(u)$ rozkładu normalnego dla $u \geq 0$. Dla $u < 0$ $\Phi(u)$ obliczamy ze wzoru $\Phi(u) = 1 - \Phi(-u)$

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
0,1	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,2	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,3	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,4	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,5	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0,6	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,7	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,8	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,9	,8159	,8186	,8212	,8238	,8364	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1,0	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,1	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,2	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,3	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,4	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,5	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,6	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,7	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,8	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,9	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,0	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,1	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,2	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,3	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,4	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,5	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,6	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,7	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,8	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,9	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986