

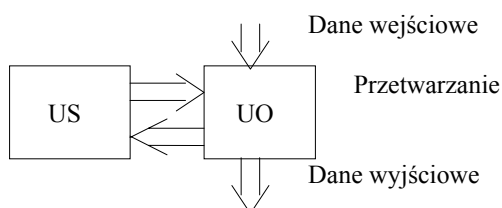
## UKŁADY LOGICZNE I CYFROWE

Układy cyfrowe konstruowane są na różnych poziomach opisu i w różnych technologiach.

Poziomy opisu:

- 1) Bramki i elementarne układy pamięciowe (przerzutniki)
- 2) Bloki funkcjonalne: układy arytmetyczne (sumatory), liczniki, rejestry.

Tworzą one nowe elementy konstrukcyjne, z których buduje się złożone układy cyfrowe.



Cyfrowy Zespół Funkcjonalny (CZF)

Mikroprocesor

1

## Układy logiczne

Kombinacyjne, sekwencyjne

Funkcją boolowską zmiennych binarnych  $x_1, \dots, x_n$  nazywamy odwzorowanie:

$$f: X \rightarrow Y$$

gdzie:

$$X \subseteq B^n = \{0,1\} \times \{0,1\} \times \dots \times \{0,1\}$$

$n$ -razy

$$Y \subseteq B^m$$

Jeżeli  $X = B^n$ , to funkcję nazywamy zupełną; w przeciwnym przypadku jest to funkcja niezupełna, zwana również funkcją nie w pełni określoną.

Reprezentacje:

Tablica prawdy

Formuła (wyrażenie) boolowskie

2

## Opis funkcji

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

$$f = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3$$

Formuła boolowska to wyrażenie, w którym zmienne boolowskie połączone są operatorami: + (OR), • (AND),  $\bar{\phantom{x}}$  (NOT).

$$\text{XOR, } y = x_1 \oplus x_2 = x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2$$

Exclusive-OR

NAND, NOR

3

## Prawa algebry Boole'a

$a$	$b$	$a + b$	$a \bullet b$	$\bar{a}$	$a \oplus b$
0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0

$$a + 0 = a$$

$$a + \bar{a} = 1$$

$$a + 1 = 1$$

$$a \bullet 0 = 0$$

$$a \bullet \bar{a} = 0$$

$$a \bullet 1 = a$$

$$a + a = a$$

$$a + b = b + a$$

Idempotentność

Przemienność

$$a \bullet a = a$$

$$a \bullet b = b \bullet a$$

Łączność

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a \bullet (b \bullet c) = (a \bullet b) \bullet c$$

Rozdzielność

$$a + b \bullet c = (a + b) \bullet (a + c) \quad a \bullet (b + c) = a \bullet b + a \bullet c$$

Prawa De Morgana

$$\overline{a + b} = \bar{a} \bullet \bar{b}$$

$$\overline{a \bullet b} = \bar{a} + \bar{b}$$

$$\overline{\bar{a}} = a$$

4

## Transformacja formuły

---

$$f = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3 =$$

$$\bar{x}_1 x_3 (\bar{x}_2 + x_2) + x_1 x_3 (\bar{x}_2 + x_2) + x_1 x_2 (\bar{x}_3 + x_3) =$$

$$\bar{x}_1 x_3 + x_1 x_3 + x_1 x_2 = x_3 + x_1 x_2$$

Minimalizacja funkcji boolowskich

Metody: Graficzne  
Analityczne  
Komputerowe

Tablice Karnaugh'a

Metoda Quine'a McCluskey'a

System Espresso