

Metody analityczne i komputerowe

w minimalizacji funkcji boolowskich

Metoda Quine'a McCluskey'a

- a) generacja implikantów prostych
- b) selekcja implikantów (tzw. pokrycie)

System Espresso

- duża liczba różnorodnych procedur
- procedury heurystyczne

Dane wejściowe w postaci zbiorów kostek.

Kostka K to krotka o składowych 0, 1, * reprezentująca zbiór wektorów zero-jedynkowych.

$K = (0*1*)$, to zbiór wektorów:

0010
0011
0110
0111

Kostka reprezentuje niepełny iloczyn.

$$K=0*1*=\bar{x}_1x_3$$

11

Implikant funkcji boolowskiej

Implikant danej funkcji f jest to iloczyn literałów (zmiennych prostych i zanegowanych) o następującej własności: dla wszystkich kombinacji wartości zmiennych, dla których implikant jest równy jedności, również funkcja f jest równa jedności.

Prosty implikant jest to implikant, który zmniejszony o dowolny literał przestaje być implikantem.

W interpretacji tablic Karnaugh'a implikant prosty odpowiada grupie jedynek (i kresek), której nie można powiększyć.

12

Ekspansja

Ekspansja jest procesem działającym na kostkach zbiorów F i R , a jej celem jest uzyskanie dla danej $k \in F$ kostki k' tak dużej, jak to tylko możliwe (tzn. z możliwie dużą liczbą pozycji o wartości *) i nie pokrywającej żadnego wektora zbioru R . W swoich obliczeniach Ekspansja wykorzystuje tzw. macierz blokującą B .

Macierz blokująca dla danej kostki k powstaje z macierzy R przez zanegowanie tych kolumn R , których pozycje są wyznaczone przez pozycje jedynek w kostce k .

13

Przykład

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	f
	1	0	0	0	1	0	1	0
	1	0	1	1	1	1	0	0
	1	1	0	1	1	1	0	0
	1	1	1	0	1	1	1	0
k_1	0	1	0	0	1	0	1	1
k_2	1	0	0	0	1	1	0	1
k_3	1	0	1	0	0	0	0	1
k_4	1	0	1	0	1	1	0	1
k_5	1	1	1	0	1	0	1	1

14

Ekspansja - przykład

Wyznamy macierz blokujac dla $f = (F, R)$ i kostki k_1 wiedzac, ze F i R sa opisane macierzami:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Skoro $k_1 = (0100101)$, to dla uzyskania B wystarczy w macierzy R "zanegowac" kolumny druga, piata i siodma. Zatem $B(k_1, R)$:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

15

Pokrycie kolumnowe

Pokryciem kolumnowym macierzy B jest zbior kolumn L ($L \subseteq \{1, \dots, n\}$) taki, ze dla kazdego wiersza i istnieje kolumna $j \in L$, ktora w wierszu i ma jedynke.

Macierz blokujaca $B(k, R)$ pozwala wyznaczc ekspansje kostki k oznaczana $k^+(L, k)$ w sposob nastepujacy: wszystkie skladowe kostki k nalezace do L nie ulegaja zmianie, natomiast skladowe nie nalezace do L przyjmuja wartosc *.

Ekspansja kostki k jest implikantem funkcji $f = (F, R)$. W szczegolnosci $k^+(L, k)$ jest implikantem prostym, gdy L jest minimalnym pokryciem kolumnowym macierzy $B(k, R)$.

16

Ekspansja - przykład c.d.

Dla kostki $k_2 = (1000110)$ i macierzy B :

$$B = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

zbior $L = \{4, 7\}$ jest pokryciem kolumnowym B , a wiec $k^+(L, k) = (**0**0)$, czyli implikantem F jest $\bar{x}_4 \bar{x}_7$. Natomiast dla $L = \{2, 3, 6\}$ (inne pokrycie kolumnowe), $k^+(L, k) = (*00**1*) = \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_6$.

Implikanty proste

$$\begin{aligned} I_1 &= \bar{x}_1 & I_5 &= \bar{x}_5 \\ I_2 &= x_2 \bar{x}_6 & I_6 &= \bar{x}_6 \bar{x}_7 \\ I_3 &= \bar{x}_4 \bar{x}_7 & I_7 &= x_3 \bar{x}_6 \\ I_4 &= \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_6 \end{aligned}$$

17

Selekcja implikantów prostych

Tablica implikantów prostych

	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7
k_1	1	1	0	0	0	0	0
k_2	0	0	1	1	0	0	0
k_3	0	0	1	0	1	1	1
k_4	0	0	1	0	0	0	0
k_5	0	1	0	0	0	0	1

Inny zapis Tablicy:

$$\begin{aligned} &I_1, I_2 \\ &I_3, I_4 \\ &I_3, I_5, I_6, I_7 \\ &I_3 \\ &I_2, I_7 \end{aligned}$$

Minimalne pokrycie: I_2, I_3

Minimalna formala:

$$f = \bar{x}_4 \bar{x}_7 + x_2 \bar{x}_6$$

18

Procedury systemu ESPRESSO

