

Minimalizacja liczby stanów

Dwa stany wewnętrzne S_i, S_j są niesprzeczne, jeżeli dla każdego wejścia v mają one niesprzeczne stany wyjść, a ich stany następne są niesprzeczne lub niesprzeczne warunkowo.

Parę stanów o niesprzecznych wyjściach i niesprzecznych bezwarunkowo parach stanów następnych nazywamy parą zgodną.

$$S_i \sim S_j$$

Relacja niesprzeczności (zgodności) jest zwrotna, symetryczna ale nie jest przechodnia.

Pary niesprzeczne umożliwiają wyznaczenie maksymalnych zbiorów stanów zgodnych (MKZ).

W obliczeniach par niesprzecznych (zgodnych) posługujemy się tzw. tablicą trójkątną.

37

Tablica trójkątna

Zawiera tyle kratek ile jest wszystkich możliwych par stanów. Na przykład dla automatu o 5 stanach:

2				
3				
4				
5				
	1	2	3	4

Kratki tablicy wypełniamy symbolami:

✓ – jeżeli para stanów jest zgodna,

✗ – jeżeli para stanów jest sprzeczna, lub

parę (parami stanów następnych), jeżeli jest to para niesprzeczna warunkowo.

38

Tablica trójkątna – przykład

	a	b	c	d	a	b	c	d
1	–	3	4	2	–	1	1	1
2	4	–	–	–	0	–	–	–
3	6	6	–	–	0	1	–	–
4	–	6	1	5	–	0	0	1
5	–	–	2	–	–	–	1	–
6	3	–	2	3	0	–	0	1

2	✓				
3	3,6	4,6			
4	×	✓	×		
5	2,4	✓	✓	×	
6	×	3,4	✓	1,2; 3,5	×
	1	2	3	4	5

Po wypełnieniu tablicy sprawdzamy, czy pary stanów sprzecznych (zaznaczone ✗) nie występują przypadkiem jako pary stanów następnych. Jeśli są takie pary, to należy je skreślić (czyli zaznaczyć ✗). Proces ten trzeba powtarzać tak długo, aż sprawdzone zostaną wszystkie krzyżyki.

Wszystkie kratki niewykreślone odpowiadają parom niesprzecznym: (1,2); (1,3); (1,5); (2,3); (2,4); (2,5); (3,5); (3,6); (4,6).

39

Algorytm minimalizacji

Cały proces minimalizacji polega na:

- 1) Obliczeniu **par stanów niesprzecznych (zgodnych)**,
- 2) Obliczeniu **maksymalnych zbiorów stanów zgodnych (MKZ)**,
- 3) Selekcji zbiorów spełniających tzw. **warunek pokrycia i zamknięcia**.

Zbiór $S = \{s_1, \dots, s_p\}$ nazywamy **maksymalnym zbiorem stanów zgodnych**, jeżeli każda para s_i, s_j wzięta z tego zbioru jest niesprzeczna oraz nie istnieje żaden inny maksymalny zbiór stanów zgodnych S' , zawierający S .

40

Minimalizacja detektora sekwencji

S \ x	x			
	0	1	0	1
1	2	3	–	–
2	4	5	–	–
3	5	5	–	–
4	1	1	0	1
5	1	1	0	0

2	2 4, 3 5			
3	2 5, 3 5	4 5		
4	1 2, 1 3	1 4, 1 5	1 5	
5	1 2, 1 3	1 4, 1 5	1 5	×
	1	2	3	4

2	2 4, 3 5			
3	2 5, 3 5	4 5 °		
4	1 2, 1 3	1 4, 1 5	1 5	
5	1 2, 1 3	1 4, 1 5	1 5	×°
	1	2	3	4

41

Minimalizacja detektora sekwencji c.d.

Pary sprzeczne zapisujemy w postaci wyrażenia boolowskiego typu iloczyn (koniunkcja) dwuskładnikowych sum.

W detektorze sekwencji pary sprzeczne są: (2, 3); (4, 5).

Na tej podstawie zapisujemy wyrażenie: $(2 + 3)(4 + 5)$, które po wymnożeniu uzyskuje postać

$$2\ 4 + 2\ 5 + 3\ 4 + 3\ 5$$

Odejmując od zbioru $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ wszystkich stanów zbiory zapisane w poszczególnych składnikach uzyskujemy rodzinę wszystkich MKZ.

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} - \{2, 4\} = \{1, 3, 5\}$$

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} - \{2, 5\} = \{1, 3, 4\}$$

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} - \{3, 4\} = \{1, 2, 5\}$$

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} - \{3, 5\} = \{1, 2, 4\}$$

42

Minimalizacja detektora sekwencji c.d.

S \ x	x			
	0	1	0	1
1	2	3	–	–
2	4	5	–	–
3	5	5	–	–
4	1	1	0	1
5	1	1	0	0

Sprawdzenie warunku pokrycia i zamknięcia.

S \ x	x	
	0	1
135	125	135
134	125	135
125	124	135
124	124	135

S \ x	x			
	0	1	0	1
A 135	125	135	0	0
B 125	124	135	0	0
C 124	124	135	0	1

S \ x	x			
	0	1	0	1
A	B	A	0	0
B	C	A	0	0
C	C	A	0	1

43